



L'ÉLECTROMAGNÉTISME, 150-1 UNE SCIENCE EN PLEINE ACTION !

Etude de sensibilité pour des paramètres d'antennes stochastiques

Studying the sensitivity of stochastic antennas parameters

*Sébastien Lalléchère***, Françoise Paladian***, Pierre Bonnet*** et Laurent Patier****

*Clermont Université, Université Blaise Pascal, Institut Pascal, Clermont-Ferrand, France / ** CNRS, UMR 6602, Institut Pascal, 63177 Aubière, France, {prenom.nom}@lasmea.univ-bpclermont.fr

*** CNES, 18 avenue Edouard Belin, 31000 Toulouse, France, laurent.patier@cnes.fr

Mots-clefs: méthodes stochastiques, réflecteur coin, Monte Carlo, incertitudes.

Keywords: stochastic methods, corner reflector, Monte Carlo, uncertainties.

Résumé

L'utilisation d'outils de calculs électromagnétiques est largement répandue dans les domaines de la communication, de la défense et des transports pour des problématiques d'antennes. Malgré leurs grandes précisions et large utilisation, certains codes numériques peuvent nécessiter des ressources de calculs importantes quand le problème traité est augmenté d'un certain nombre d'incertitudes structurelles (méconnaissance des géométries, matériaux, conditions environnementales). Les outils numériques peuvent se révéler peu pratiques pour intégrer cette dimension incertaine. C'est pourquoi des marges de sécurité sont appliquées afin de prévoir les contraintes les plus pénalisantes pouvant entraîner un dysfonctionnement du système (antenne). On peut néanmoins prévoir une approche statistique pour anticiper l'effet de ces aléas par le biais de la méthode de Monte Carlo (MC). Cette contribution vise à illustrer l'intérêt d'une approche alternative à MC (mais proche de sa philosophie) à savoir la technique de Collocation Stochastique (CS). On démontrera l'efficacité de cette dernière sur un cas d'antenne incluant différentes configurations.

Introduction

A l'heure actuelle, un grand nombre d'outils déterministes ont été développés pour simuler des configurations électromagnétiques variées avec un très haut niveau de précision. Ces outils, utilisés aussi bien dans les domaines temporels que fréquentiels, sont dits déterministes dans la mesure où un ensemble donné de paramètres d'entrée conduit à un unique résultat. Ceci peut se révéler relativement pratique si toutes les données d'entrée sont connues et contrôlées avec précision. Malheureusement, les incertitudes sont intrinsèques aux problèmes électromagnétiques, spécialement dans le domaine des antennes. En effet, la complexité de ces études provient de la difficulté à anticiper l'effet de ces aléas uniquement à partir d'une unique simulation déterministe (pour laquelle tous les paramètres environnementaux peuvent être contrôlés). En outre, ces systèmes de communication sans fil requièrent, dès leur phase de conception, une analyse statistique fine [1] dépassant l'approche déterministe.

1. Bases théoriques

1.1. Notations et objectifs visés

Dans cette contribution, on va, pour des raisons liées à la simplification du propos, s'intéresser au cas de Variables Aléatoires (VA) indépendantes. Il serait naturellement possible de généraliser au cas multi-variables $\mathbf{u}=(u_1, u_2, \dots, u_k)$, avec $k>1$ quelconque. Comme expliqué synthétiquement dans [2], le raisonnement fait pour une VA peut être généralisé. D'après les bases théoriques de la CS [3], il appartient de se donner (ici a priori) une distribution représentant l'aléa. D'un point de vue statistique, on définit, pour un paramètre aléatoire Z quelconque (a priori θ pour les exemples à suivre) :

$$Z \equiv \theta = \theta^0 + \hat{u} \quad (1)$$

où \hat{u} est une VA distribuée uniformément (choix arbitraire) sur $[-\varepsilon; \varepsilon]$, avec ε réel positif. La valeur nominale (moyenne) θ^0 sera elle aussi donnée a priori.

La relation (1) sera augmentée en considérant deux VA dans la suite : $Z_1 = Z_1^0 + \hat{u}_1$ et $Z_2 = Z_2^0 + \hat{u}_2$; où \hat{u}_1 et \hat{u}_2 représentent deux VA indépendantes pouvant suivre des lois de distribution quelconques.

1.2. Méthode de Collocation Stochastique (CS)

L'idée de la technique de CS repose sur le choix d'une approximation polynomiale d'un observable de « sortie » I dépendant du paramètre aléatoire Z . La fonction $S \rightarrow I(Z^0; S)$ est approchée sur une base de polynômes de Lagrange d'ordre n , s'appuyant sur $n+1$ points. On associe, comme détaillé dans [2], $n+1$ poids à ces derniers points pour obtenir très simplement les moments statistiques de l'observable aléatoire I considéré. Le choix des lois de probabilités influence naturellement les valeurs des points/poids de collocation comme illustré dans la suite. Proche de la technique de MC [4], cette approche vise à améliorer sa principale contrainte, à savoir sa faible vitesse de convergence.

2. Étude d'une antenne stochastique

Les traitements réalisés dans cette partie sont tirés de l'ouvrage de C. A. Balanis [5] concernant la caractérisation d'antennes de type réflecteur en coin.

2.1. Dispositif d'antenne « stochastique »

La Fig.1, (a) et (b), donne une vue d'ensemble du réflecteur antennaire traité. Les grandeurs décrites dans la Fig.1 reposent sur des hypothèses explicitées dans [5]. Dans la suite, on s'intéresse à l'un des paramètres caractéristiques du réflecteur en coin mis en œuvre, à savoir son efficacité (AF en anglais). Celle-ci est obtenue à partir de [5] pour une direction d'observation (θ, φ) repérée sur la Fig.1, selon :

$$AF(\theta, \varphi) = E/E_0 = 2[\cos(ks \sin \theta \cos \varphi) - \cos(ks \sin \theta \sin \varphi)], \tag{2}$$

avec E_0 l'amplitude source du champ imposé sur l'alimentation, E le champ total mesuré en zone lointaine, k le nombre d'onde considéré et s la distance de l'alimentation au « coin » du réflecteur. La Fig.2 montre la forme générale du rapport AF précédent et est en accord avec [5] pour un réflecteur présentant une ouverture $\alpha = \pi/2$ rad (voir Fig.1).

Tout d'abord, après avoir présenté le cas d'étude analytique, on s'attache ici à la modélisation faite du problème stochastique. Dans cette partie, on va considérer un ou des aléa(s) potentiel(s) au niveau de la direction d'observation du champ électrique relatif (E/E_0). Cet aléa peut venir par exemple de variabilités dues au matériel de réception du signal transmis par l'antenne ou bien d'incertitudes entourant la connaissance de la position exacte des réflecteurs d'émission/réception. Dans la suite, on procédera par étapes successives en introduisant dans un premier temps une VA, à savoir l'angle θ ; puis dans un second temps la direction d'observation via (θ, φ) exprimés en radians.

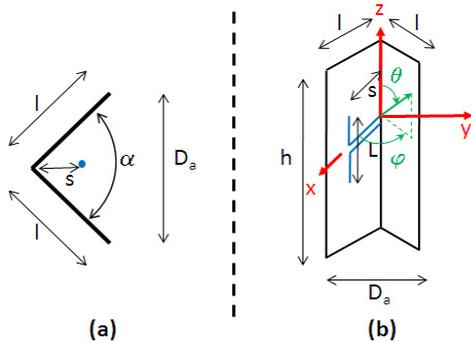


Fig.1: Vues de côté (a) et en perspective (b) du réflecteur.

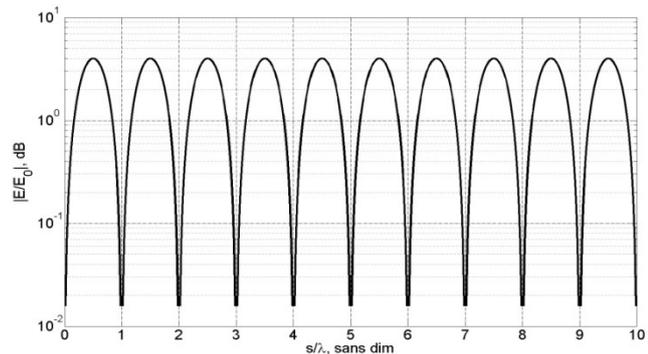


Fig.2: Amplitude relative AF du champ électrique selon x ($\theta = \pi/2$ rad, $\varphi = 0$) en fonction du rapport $x = s/\lambda$.

2.2. Incertitudes autour du paramètre θ

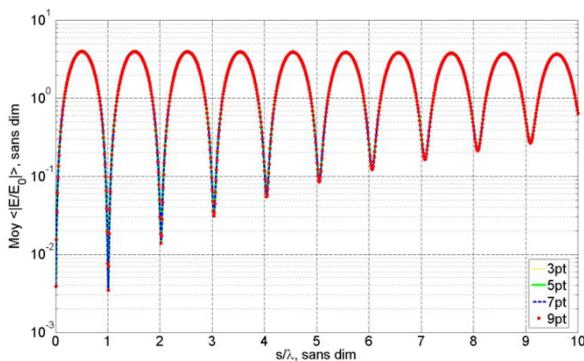


Fig.3: $\langle AF \rangle$ pour différents ordres d'approximation CS, $\theta^0 = \pi/2$, $\varphi = 0$, $\varepsilon = 0.25$ (aléa θ , voir (1)).

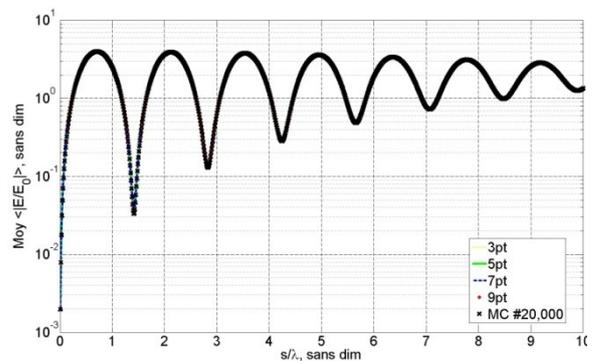


Fig.4: $\langle AF \rangle$ pour différents ordres d'approximation CS, $\theta^0 = \pi/4$, $\varphi = 0$, $\varepsilon = 0.05$ (aléa θ , voir (1)).

La Fig.3 présente les résultats obtenus pour l'estimation de la moyenne du rapport AF ($\langle AF \rangle$) et différents ordres d'approximation CS (2/4/6/8 impliquant respectivement 3/5/7/9 simulations) où \hat{u} suit une loi $U[-0.25 ; 0.25]$ sur l'aléa

θ . La superposition de ces courbes laisse présager la bonne convergence de la technique. En outre, les résultats de la Fig.3 sont en bon accord avec ceux obtenus dans le cas « déterministe » (Fig.2). Des différences apparaissent toutefois au niveau des « périodes » ($x=s/\lambda$ entiers, points critiques) mais les niveaux des maxima restent inchangés.

Les résultats de la Fig.4 proviennent d'un modèle (aléa θ) pour lequel la valeur nominale θ^0 a été modifiée ($\pi/4$). Bien que l'intensité de l'aléa ait été limitée ($\varepsilon = 0.05$ dans ce cas), on constate des différences nettes avec les comportements précédents : modifications des niveaux et décalages des extrema locaux. Toutefois, on notera la bonne convergence de la technique de CS vers le résultat MC (20000 tirages) pour seulement 3 simulations. On peut notamment souligner la grande efficacité de la technique de CS relativement à MC, que nous avons évoquée précédemment, en comparant trois simulations CS avec des résultats issus de 20000 tirages MC (Fig.4). Dans la suite, on montrera en quoi la CS permet d'apporter, à moindre coût, une estimation de la variance des paramètres aléatoires ainsi qu'une idée sur la sensibilité de ces derniers.

2.3. Cas multidimensionnel

Les éléments théoriques précédents ont permis de rappeler qu'il est tout à fait possible de prendre en considération des espaces aléatoires multidimensionnels. Nous nous intéressons dans la suite au cas des paramètres incertains θ et ϕ . L'illustration de la capacité de la CS à traiter des cas « multi-VA » est obtenue à partir du dernier cas proposé dans cette partie. En effet, l'intégralité de la direction d'observation du champ EM rayonné par le réflecteur en coin est incluse dans le calcul de $\langle AF \rangle$ et $\text{Var}(AF)$.

Les résultats du cas « mono-VA » illustrés Fig.3 sont repris en « multi-VA » Fig.5.

Nous voyons (Fig.3) que les niveaux en multi-VA (Fig.5) sont équivalents aux cas mono-VA (Fig.3), si l'on considère l'aléa suivant l'angle θ . Pour l'angle ϕ , les variations d'intensités observées sont plus faibles. On considère donc, à partir de la relation (1) le cas suivant :

$$\begin{aligned} \theta &= \theta^0 + \hat{u}_1 \\ \phi &= \phi^0 + \hat{u}_2 \end{aligned} \tag{3}$$

où \hat{u}_1 et \hat{u}_2 sont des VA uniformément distribuées avec respectivement $\varepsilon_1=0.05$ et $\varepsilon_2=0.005$ selon la relation (1). On notera enfin que $\theta^0 = \pi/2$ et $\phi^0 = 0$ radians.

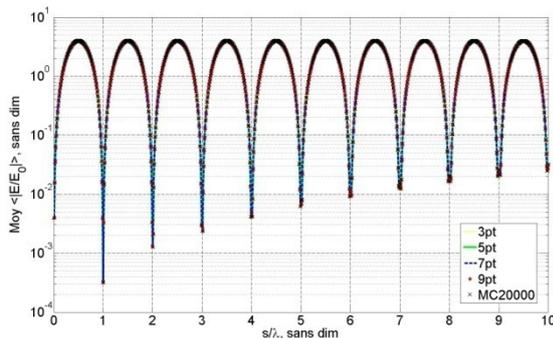


Fig.5: $\langle AF \rangle$ pour 2 VA ($\theta^0 = \pi/2, \phi^0 = 0$) et différents ordres CS, $x = \frac{s}{\lambda} \in [0; 10]$.

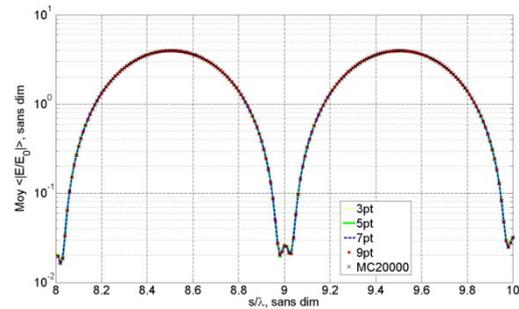


Fig.6: $\langle AF \rangle$ pour 2 VA ($\theta^0 = \pi/2, \phi^0 = 0$) et différents ordres CS, $x = \frac{s}{\lambda} \in [8; 10]$ (zoom).

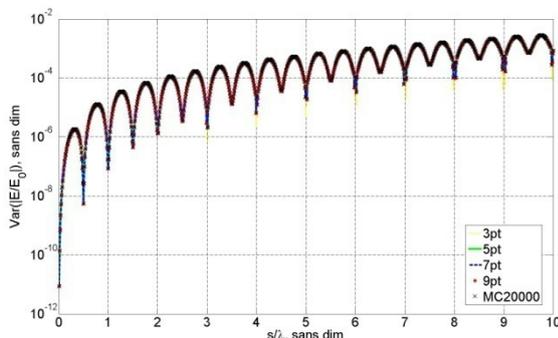


Fig.7: $\text{Var}(AF)$ pour 2 VA ($\theta^0 = \pi/2, \phi^0 = 0$) et différents ordres CS, $\frac{s}{\lambda} \in [0; 10]$.

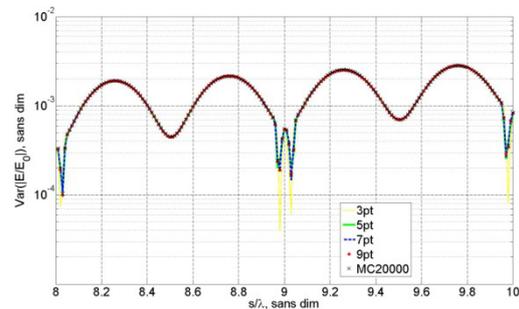


Fig.8: $\text{Var}(AF)$ pour 2 VA ($\theta^0 = \pi/2, \phi^0 = 0$) et différents ordres CS, $\frac{s}{\lambda} \in [8; 10]$ (zoom).

Les Fig.5 et Fig.6 illustrent la bonne précision des résultats CS comparativement aux données MC. En effet, les courbes représentatives des différents ordres CS et les données issues de 20000 tirages MC se recouvrent avec une bonne concordance, même pour des valeurs de $x=s/\lambda$ importantes (Fig.6). Ceci valide la précision et l'efficacité de la technique CS pour le calcul de la moyenne $\langle AF \rangle$.

Les Fig.7 et Fig.8 conduisent aux mêmes conclusions que précédemment concernant l'estimation de la variance $\text{Var}(AF)$. En effet, on constate une très bonne concordance entre les données issues de CS d'ordre $n=6$ (calculé en 7 points) et MC (20000 simulations). Naturellement, il est nécessaire d'augmenter l'ordre d'approximation CS, puisque trois points ne permettent plus de traduire les discontinuités relatives fortes apparaissant autour des valeurs entières du paramètre $x=s/\lambda$.

Comme indiqué précédemment, malgré le comportement beaucoup plus oscillant du paramètre AF, les résultats obtenus par CS convergent relativement vite vers des valeurs précises (MC) comme l'illustrent les Fig.5 et Fig.7. Malgré de légères discontinuités sur la gamme d'étude (voir zooms sur les Fig.6 et Fig.8), la convergence est obtenue ce qui prouve la robustesse de la méthode.

Au final, compte tenu des différences qui existent entre le traitement « mono-VA » (Fig.3) et « multi-VA » (Fig.5), le processus induit à l'aide du formalisme CS offre de manière efficace (quelques simulations seulement) un prétraitement de la sensibilité des paramètres rencontrés. En effet, on constate que l'introduction de la variable ϕ dans le problème stochastique, même avec une intensité limitée, induit des modifications importantes du comportement de la grandeur de sortie (AF).

3. Conclusion

Dans cette contribution, on a pu mettre en évidence l'intérêt de la méthode de CS dans un contexte antennaire (réflecteur en coin). Cette dernière s'adapte naturellement, étant par définition non-intrusive, à tout type de problème. Le calcul du facteur AF permet de dégager des éléments de discussion concernant l'impact de la direction d'observation et/ou de rayonnement de l'antenne en champ lointain. Ces travaux ont permis d'illustrer les avantages de la technique de CS en termes de convergence des techniques (CS et MC) et d'estimation de sa précision relativement à MC. L'importance des valeurs nominales (moyennes des lois de probabilité pour les VA utilisées) a été soulignée à travers le traitement et l'interprétation des résultats présentés. La méthode se prête naturellement à l'analyse de cas plus complexes (traités numériquement et/ou expérimentalement) en permettant par exemple de déterminer la sensibilité de divers paramètres aléatoires.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le CNES pour son soutien à travers le programme R&T R-S12/TG-001-032.

Références bibliographiques

- 1- A. Sibille, Statistical models for antennas, in Proc. Advanced Electromagnetics Symposium, Paris, France, 2012.
- 2- P. Bonnet, C. Chauvière, S. Lalléchère, F. Paladian, B. Pecqueux, Recherche de configurations critiques pour un problème de C.E.M. stochastique, in Proc. 15th Int. Symp. on EMC, Limoges, France, 2010.
- 3- C. Chauvière, J. S. Hesthaven, L. Wilcox, Efficient Computation of RCS from Scatterers of Uncertain Shapes, IEEE Trans. On Antennas and Propagation, 55 (5), pp. 1437-1448, 2007.
- 4- N. Mishra and N. Gupta, Quasi Monte Carlo Integration Technique for Method of Moments Solution of EFIE in Radiation Problems, ACES Journal, vol. 24, no. 3, pp. 306-311, 2009.
- 5- C. A. Balanis, Antenna Theory - Analysis and Design, 2nd edition, John Wiley & Sons, 1997.