

Le challenge de la Dosimétrie Stochastique pour répondre au défi de la Variabilité.

The Stochastic Dosimetry Challenge to address the Variability Issue.

Pierric Kersaudy^{1,2,3}, Marjorie Jala^{1,3}, Emmanuelle Conil^{1,3}, Nadège Varsier^{1,3}, Abdelhamid Hadjem^{1,3}, Odile Picon², Joe Wiart^{1,3}

¹ Orange Labs, France

² Université Paris-Est, Laboratoire ESYCOM, France

³ Whist Lab, France

Mots clés : Dosimétrie Stochastique, Chaos Polynomial, Modélisation, Débit d'Absorption Spécifique

Résumé

Si les progrès en termes de ressources informatiques ont permis de réduire fortement les temps de calcul dans le cadre de la dosimétrie numérique, le calcul du Débit d'Absorption Spécifique (DAS) reste toujours couteux et rend l'analyse de la variabilité des variables d'entrées sur le DAS irréalisable via les méthodes usuelles telles que le Monte Carlo. Une alternative réside alors dans les méthodes statistiques de construction de modèles «réduits». Dans cette communication, on présente le cadre théorique d'une méthode appelée Chaos Polynomial permettant de modéliser la réponse d'une variable de sortie (DAS) en fonction de paramètres d'entrée aléatoires. Cette méthode est ensuite appliquée à des données issues d'une étude sur l'exposition d'un fœtus à une onde plane et la convergence de la réponse modélisée vers la solution exacte est mise en valeur.

Introduction

Le développement que connaissent les technologies liées aux télécommunications s'est accompagné d'une exposition aux ondes électromagnétiques perçue comme de plus en plus importante. En dépit des limites de protection existantes (e.g limites de la commission internationale de protection contre les rayonnements non ionisants ICNIRP) la perception de risque existe et l'évaluation de l'exposition requiert un effort important. Pour cela, les méthodes numériques sont de plus en plus utilisées et en particulier la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) [1]. Plusieurs études ont permis de démontrer l'efficacité de cette méthode pour calculer le Débit d'Absorption Spécifique (DAS) [2]. Les progrès récents en termes de ressources informatiques dont ont bénéficiés les méthodes numériques ont permis de réduire fortement les temps de calcul. En dépit de ces progrès, le calcul de DAS reste toujours couteux en temps. En conséquence, l'analyse de l'influence de la variabilité des variables d'entrée sur le DAS ne peut être menée en pratique avec des approches telles que la méthode Monte Carlo.

Une solution est alors de se placer dans un contexte probabiliste en considérant les variables d'entrées comme aléatoires et de modéliser l'évolution du DAS par une surface de réponse générée grâce à une expansion polynomiale baptisée Chaos Polynomial (CP). Si le CP a fait ses preuves dans le domaine de la mécanique [3], il reste sous exploité dans le domaine de l'électromagnétisme. Cette communication se propose donc d'étudier les performances du chaos appliqué à des problématiques liées à l'exposition des personnes aux ondes électromagnétiques.

Dans la partie 1, on présente le contexte théorique du Chaos Polynomial et de son application. La partie 2, quant à elle, étudie l'application du Chaos Polynomial sur un exemple issu d'une étude sur l'exposition d'un fœtus à une onde plane

1. L'approximation par chaos polynomial de la réponse d'un modèle avec des variables d'entrées aléatoires

L'objectif du Chaos Polynomial est de générer un méta-modèle basé sur les polynômes du chaos :

$$Y = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^m} a_{\alpha} \psi_{\alpha}(X)$$

Où Y est la variable aléatoire décrivant le DAS, $X = \{x_1 \dots x_m\}$ sont les variables aléatoires d'entrée (v.a.e.), les ψ_{α} des polynômes multivariés constituant une base de l'espace probabiliste (pour des v.a.e. ayant une distribution uniforme on utilisera des polynômes de Legendre) et les a_{α} des coefficients à évaluer. En pratique, pour estimer les coefficients a_{α} , deux solutions sont possibles. La première option est d'utiliser l'orthogonalité des polynômes et de projeter l'expansion sur le sous espace formé par le polynôme associé au coefficient. Cette approche qui semble élégante nécessite malheureusement beaucoup de calculs. L'option alternative est de tronquer l'expansion et d'estimer les coefficients a_{α}

contenu dans le vecteur \mathbf{a} par la méthode des moindres carrés. Cette approche « par régression » est très efficace par rapport à l'approche par projection [3]. En l'absence d'informations sur l'impact de la troncature, cette méthode requière un plan d'expérience itératif dirigé par l'évaluation de la qualité du modèle. Dans notre approche, la performance du méta-modèle généré et la troncature p optimale donnant la meilleure capacité de généralisation sont estimées à l'aide de la validation croisée *leave-one-out* donnant un coefficient de détermination Q^2 représentatif de la capacité de généralisation du méta-modèle [3]. Plus la valeur de Q^2 sera proche de 1, plus la capacité de généralisation du modèle généré sera grande.

2. Analyse de l'exposition du fœtus à une onde plane

L'approximation par Chaos Polynomial a été appliquée sur des données visant à quantifier l'exposition aux ondes électromagnétiques des fœtus dans le ventre de leur mère pendant la période de gestation. Dans le cadre de cette communication, nous utilisons comme référence une base de 1000 simulations sélectionnées via un plan d'expérience LHS et réalisée via la FDTD sur un modèle de femme enceinte (voir figure 1) en utilisant une onde plane comme source. La fréquence de l'onde utilisée est de 900 MHz. La valeur de sortie que calculent ces simulations est la valeur du DAS dans le cerveau du fœtus. Les variables d'entrées sont deux angles :

- l'azimut appartenant à $[0, 2\pi]$ et défini par une rotation suivant l'axe vertical
- l'élévation appartenant à $[-\pi/4, \pi/4]$ et défini par une rotation suivant l'axe horizontal

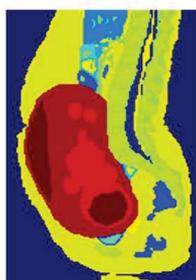


Figure 1 : modèle de femme enceinte de 26 semaines [4]

On estime que nos 1000 simulations représentent suffisamment bien l'évolution du DAS pour que l'on puisse faire confiance aux estimateurs de Monte Carlo découlant de ces 1000 simulations. On applique ensuite successivement l'approximation du chaos sur des sous ensembles de ces 1000 simulations constituant des plans latins hypercube (LHS). Pour chaque sous ensemble, on calcule le coefficient de détermination Q^2 (figure 2(a)) et l'erreur moyenne quadratique entre les 1000 simulations et les modèles de Chaos calculés aux 1000 points correspondants (figure 2(b)). Les résultats présentés dans la figure 2 découlent de moyennes de 100 configurations LHS différentes, pour chaque taille de sous ensemble. La figure 2(a) présente de plus les intervalles de confiance à 95% de Q^2 .

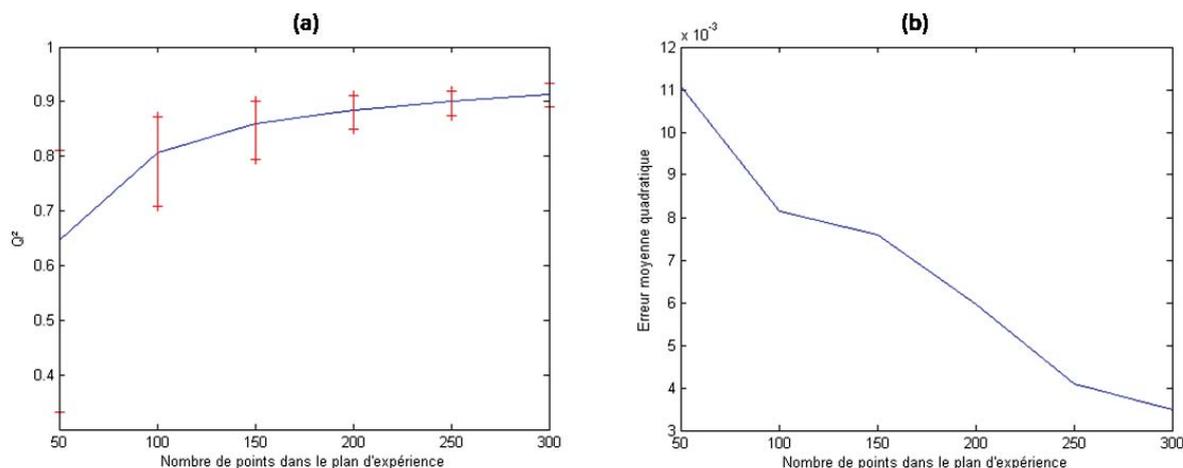


Figure 2 : Evolution de Q^2 et de l'erreur moyenne quadratique globale en fonction du nombre de points considéré dans le plan d'expérience

On voit sur la figure 2(b) que l'on a une diminution de l'erreur moyenne quadratique globale au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de points considérés (et donc l'ordre maximal que les polynômes du chaos peuvent atteindre). Cela semble logique que l'on augmente la précision du modèle avec « plus d'information disponible ». Cela est confirmé par la figure 2(a) où l'on remarque l'augmentation du Q^2 en fonction du nombre de points. De plus, on note une réduction de l'intervalle de confiance et une valeur moyenne dépassant $Q^2=0.8$ à partir de 150 points, dénotant une bonne capacité de

généralisation de plus en plus stable avec l'ajout de points. On peut donc voir avec ces résultats le signe de la convergence de l'approximation par chaos polynomial par régression vers la solution exacte.

L'intérêt est qu'à partir d'un modèle ayant une bonne capacité de généralisation, on peut générer un très grand nombre de points par des tirages de Monte Carlo et calculer une approximation de la distribution des valeurs de DAS dans le cerveau du fœtus. La figure 3 compare la distribution du DAS dans le cerveau du fœtus obtenue avec un modèle par chaos polynomial généré à partir de 200 simulations et la distribution « exacte » obtenue avec l'ensemble des 1000 simulations. On voit que l'on a une bonne adéquation entre les deux distributions. Avec le Chaos, on obtient donc une bonne approximation de la distribution du DAS dans le cerveau du fœtus à partir d'un nombre réduit de simulations. Par la suite, on pourra donc ajouter des paramètres d'entrée autres que l'azimut et l'élévation réduire le nombre de simulations nécessaire au calcul de la distribution.

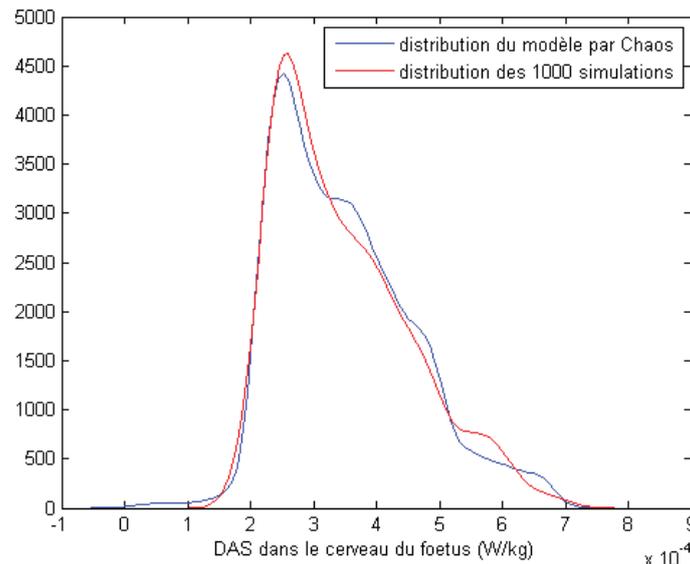


Figure 3 : Comparaison des densités de probabilité du DAS dans le cerveau fœtal. En bleu : densité obtenue par modélisation par Chaos Polynomial à partir de 200 simulations. En rouge : densité obtenue à partir de la base des 1000 simulations.

Conclusion

Dans le cadre de l'analyse de l'influence de la variabilité de paramètres d'entrée sur le DAS, le contexte théorique de l'approximation par Chaos Polynomial et l'évaluation des modèles générés ont été présentés. Le Chaos Polynomial a été appliqué à des données utilisées pour l'analyse de l'exposition du fœtus aux ondes électromagnétiques. Enfin, la convergence des modèles construits vers la solution exacte a été mise en valeur par cet exemple d'application. On voit alors que l'on arrive à modéliser la distribution des valeurs de DAS pour un nombre réduit de simulations.

Remerciements

Ce travail a été mené dans le cadre du projet ANR FETUS : <http://whist.institut-telecom.fr/fetus/>

Références bibliographiques

- 1 - Taflove, Allen, and Susan C. Hagness. *Computational Electrodynamics. The Finite-Difference Time-Domain Method*. London : Artech House, 1995.
- 2 - Conil, Emmanuelle, Abdelhamid Hadjem, Azeddine Gati, Man-Fai Wong, and Joe Wiart. "Influence of Plane-Wave Incidence Angle on Whole Body and Local Exposure at 2100 MHz." *IEEE Transactions on electromagnetic compatibility* 53, no. 1 (February 2011): 48-52.
- 3 - Blatman, Géraud, and Bruno Sudret. "An adaptative algorithm to build up sparse polynomial chaos expansion for stochastic finite element analysis." *Probabilistic Engineering Mechanics* 25, no. 2 (2010): 183-197.
- 4 - Nagaoka, Tomoaki, Toshihiro Togashi, Kazuyuki Saito, Koichi Ito, and Soichi Watanabe. "An anatomically realistic whole-body pregnant-woman model and specific absorption rates for pregnant-woman exposure to electromagnetic plane waves from 10 MHz to 2 GHz." *Physics in Medicine and Biology* 52 (2007): 6731-3745.