



## L'ÉLECTROMAGNÉTISME, 150-1 UNE SCIENCE EN PLEINE ACTION !

### Titre : Analyse des valeurs extrêmes des perturbations électromagnétiques induites par un système d'information

### Title: Extreme values analysis of spurious compromising emanations induced by an information system

---

C. Kasmi\*, M. Hélier\*\*, M. Darces\*\*, E. Prouff\*

\*Agence Nationale de la Sécurité des Systèmes d'Information, ANSSI, France, {chaouki.kasmi, emmanuel.prouff}@ssi.gouv.fr

\*\* UPMC Univ. Paris 06, UR2, L2E, BC 252, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France, {marc.hélier, muriel.darces}@upmc.fr

---

Mots-clefs : perturbations électromagnétiques, valeurs extrêmes, loi de Pareto généralisée, topologie électromagnétique  
Keywords: electromagnetic interferences, extreme values, generalized Pareto distribution, electromagnetic topology

---

#### Résumé

Au sein d'infrastructures critiques, l'*immunité* et l'*émissivité* des équipements électroniques, au sens de la *Compatibilité Électromagnétique* (CEM), sont deux enjeux majeurs de sécurité et de sûreté de fonctionnement. Les normes civiles et militaires de CEM définissent des niveaux de tolérance garantissant le fonctionnement de ces équipements avec un niveau de risque maximum limité. L'étude de systèmes complexes requiert une connaissance précise de leurs paramètres caractéristiques afin de pouvoir les décrire par un modèle aussi réaliste que possible. Des méthodes de *Monte-Carlo* sont alors privilégiées afin d'estimer les effets de ces paramètres sur une observable. Souvent seule la moyenne et l'écart-type de l'observable sont calculés, ce qui limite l'analyse de ces effets à leurs contributions moyennes. L'objet de cette communication est de montrer que les techniques de gestion de risques peuvent être améliorées en étudiant de façon précise les queues de distribution par la théorie des valeurs extrêmes.

#### Introduction

Le réseau de distribution d'énergie électrique est un cas d'étude particulier dans le domaine de la CEM puisqu'il présente des zones de couplage et de propagation non négligeables pour les interférences électromagnétiques (IEM) [1, 2]. Il est alors primordial de réduire les risques de couplage afin de prévenir toute perturbation liée à une faible immunité des équipements connectés vis-à-vis de signaux parasites, mais aussi de définir des techniques de câblage permettant de réduire la propagation de ces interférences. La modélisation des réseaux complexes est une étape indispensable pour leur étude. De fait, une évaluation de l'incertitude des paramètres de modélisation (ici, la position des câbles et les équipements connectés) est nécessaire afin d'en estimer les effets sur une observable. La simulation par la méthode de Monte-Carlo est classiquement appliquée afin d'évaluer les variations de la grandeur physique observée.

Ensuite, les variations de l'observable font généralement l'objet d'un ajustement par une loi statistique. La loi normale reste majoritairement utilisée, ce qui implique implicitement que les variations résultent de contributions moyennes (traduites par la moyenne et l'écart-type de l'observable). Or, si l'observable contient des échantillons pouvant être considérés comme *extrêmes*, la loi gaussienne sous-estime fortement leurs probabilités. Nous proposons dans cet article d'appliquer la théorie des valeurs extrêmes [3-7] à l'analyse de la propagation d'interférences électromagnétiques.

L'objet principal de la théorie des valeurs extrêmes est de modéliser les queues de distributions. Les premières techniques développées sont les méthodes dites de *maxima par bloc* [3, 4]. Les échantillons sont divisés en plusieurs sous-groupes et l'ajustement de la distribution est réalisé sur les maxima de chaque sous-groupe par la loi paramétrique des valeurs extrêmes. Cette approche peut être considérée comme réductrice puisque seul un échantillon par bloc est exploité. Récemment, une nouvelle approche a fait son apparition : la *méthode des excès* [5-7]. Cette méthode permet d'ajuster la distribution des échantillons au-delà d'un seuil élevé et ainsi, d'estimer la probabilité de dépassement d'un échantillon. Appliquée à une analyse des risques induits par des interférences électromagnétiques, cette approche permet d'étudier les phénomènes extrêmes.

Nous verrons, au travers d'un cas pratique, de quelle façon, la théorie des valeurs extrêmes peut prendre place dans les études statistiques dans le domaine de la CEM. Nous montrerons comment la combinaison de l'ajustement des tendances centrales avec celui des valeurs extrêmes permet d'améliorer la prise en compte des queues de distributions en compatibilité électromagnétique.

## 1. Théorie des valeurs extrêmes

### 1.1. Distribution conditionnelle et ajustement des excès

La méthode des excès consiste à étudier les échantillons  $x$  dépassant un seuil élevé  $u$ . D'après le théorème de la distribution conditionnelle présenté par *Balkema et de Haan* [5] en 1974 puis *Pickand* [6] en 1975, il a été rigoureusement démontré que la série d'échantillons  $\{x_i\}$  peut être ajustée par une loi de Pareto généralisée (*Generalized Pareto Distribution*, notée GPD). Notée  $F_{\beta,\xi}(x)$ , il s'agit d'une loi à deux paramètres définie par :

$$F_{\beta,\xi}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\beta}x\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

où les paramètres  $\beta$  et  $\xi$  sont respectivement les paramètres d'échelle et de forme de la loi de Pareto généralisée.

### 1.2. Estimation des paramètres de forme et d'échelle

Il existe différentes méthodes pour estimer les paramètres de la loi de Pareto généralisée. Certaines sont considérées comme classiques, car applicables à toutes les lois de distribution (comme la méthode du maximum de vraisemblance), d'autres sont décrites comme propres à la théorie des valeurs extrêmes (estimateurs de *Zhang*, par exemple). Dans cette étude, nous utiliserons la méthode classique du *maximum de vraisemblance* qui revient à déterminer les valeurs de  $\beta$  et  $\xi$  qui rendent maximale la fonction :

$$l(\beta, \xi) = -n \ln \beta - \sum_{i=1}^n \frac{\xi + 1}{\xi} \ln\left(1 + \frac{\xi x_i}{\beta}\right) \quad (2)$$

Dans le cas de la loi de Pareto généralisée, il n'existe pas de solution analytique. Afin d'estimer les paramètres optimaux  $\beta$  et  $\xi$ , une procédure numérique itérative est utilisée, mise en œuvre avec le logiciel *Matlab*<sup>®</sup> [8].

## 2. Application aux interférences électromagnétiques

### 2.1. Modèle du réseau électrique

La théorie de la topologie électromagnétique permet de décomposer des lignes non uniformes en éléments uniformes à travers des réseaux linéaires. Nous appliquons ce formalisme afin de modéliser un réseau électrique basse-tension. Nous utilisons pour cela le code CRIPTE [9] de l'ONERA. Notre attention se porte sur l'analyse de perturbations électromagnétiques générées par un système d'information, caractérisé par une source de tension  $V_{Source}$  et son impédance interne  $Z_{Source}$ , dans un réseau électrique basse-tension, représenté sur la figure 1.

L'incertitude des paramètres de modélisation impose une quantification de leurs effets sur la variabilité du courant parasite  $I_{Parasite}$ . Des réseaux ont été générés aléatoirement en y faisant varier la disposition des câbles et en y connectant divers équipements électriques et électroniques représentatifs d'un bureau professionnel. Les effets de ces paramètres sont pris en compte respectivement dans les matrices de paramètres linéiques *RLGC* des torons de câbles et par les impédances connectées. Pour la méthode de Monte-Carlo, 100 000 réseaux ont été générés et les valeurs du module du courant parasite ont été obtenues pour une bande de fréquences allant de 1 MHz à 100 MHz.

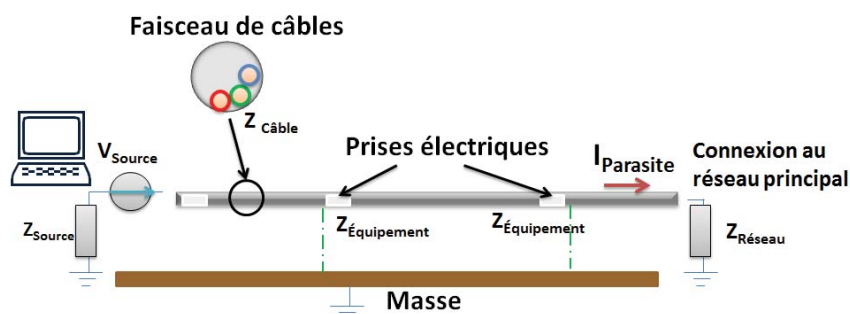


Figure 1: Schéma de principe du réseau électrique étudié

L'estimation du seuil est critique dans l'application de la théorie des valeurs extrêmes. Des méthodes graphiques ainsi que des estimateurs statistiques peuvent être utilisés. Dans cette étude, les valeurs  $x$  sont considérées comme extrêmes dans  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  si  $x_i$  dépasse la valeur du quantile à 90 % de  $X$ .

## 2.2. Analyse des valeurs extrêmes du courant parasite

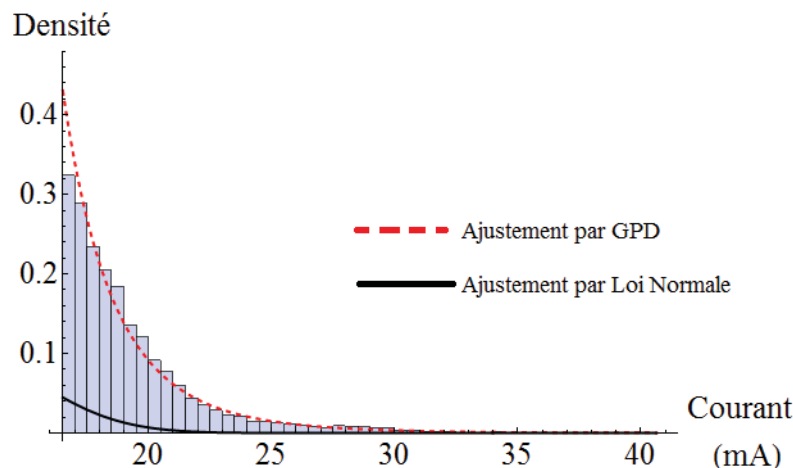
L'application de la méthode du maximum de vraisemblance permet d'estimer les paramètres de la loi de Pareto  $\beta(f)$  et  $\xi(f)$  où  $f$  est la fréquence d'analyse. Nous résumons, tableau 1, pour certaines fréquences, les paramètres de forme et d'échelle. La fonction réciproque de la distribution ajustée permet de calculer les quantiles élevés. L'exploitation de ces résultats permet d'évaluer la probabilité de dépassement des valeurs extrêmes par la loi de Pareto généralisée ajustée à chaque fréquence. La loi de Pareto généralisée englobant, en fonction du paramètre  $\xi$ , les lois de Pareto usuelle ( $\xi > 0$ ), Pareto de type II ( $\xi < 0$ ) et exponentielle ( $\xi = 0$ ), nous proposons d'identifier le type de la loi de Pareto généralisée pour chaque fréquence.

L'estimation du quantile élevé (e.g. quantile à 95 %) des lois ajustées par une queue de loi normale (*L. Nor.*) et par loi de Pareto généralisée (*GPD*) démontre que la sous-estimation de cette valeur induit une sous-évaluation des valeurs extrêmes (voir figure 2). De plus les protections mises en place afin de réduire les risques de CEM sont directement liées aux niveaux d'interférences dont on veut se prémunir, or une sous-estimation de ces interférences résulte en un sous-dimensionnement des protections.

**Tableau 1 :** Valeurs des paramètres de la loi de Pareto généralisée et types de distribution

Fréquence $f$ MHz	Seuil $u$ (mA)	Paramètre de forme $\xi(f)$	Paramètre d'échelle $\beta(f)$ (mA)	Type de distribution	Quantile à 95 % L. Nor. (mA)	Quantile à 95 % GPD (mA)
3,8	0,53	0,58	0,33	Pareto usuelle	1,55	4,58
63,8	2,18	-0,17	0,52	Pareto de type II	2,97	9,14
90,7	6,19	$-3 \cdot 10^{-4}$	1,15	Exponentielle	7,55	19,71

L'effet du paramètre de forme sur la loi de répartition des valeurs extrêmes est non négligeable puisqu'il définit la lourdeur de la queue de la distribution. Plus le paramètre de forme est élevé, plus la probabilité d'occurrence de valeurs extrêmes est forte. Cela se traduit par une convergence lente de la fonction de répartition vers la valeur asymptotique de 1.



**Figure 2:** Queue de la loi normale ajustée sur les tendances centrales ( $\mu = 11,73$  mA,  $\sigma = 3,49$  mA) et loi de Pareto généralisée (GPD) ajustée sur les valeurs extrêmes ( $\xi = 0,03$  ;  $\beta = 2,58$  mA) pour  $f = 95,7$  MHz

**Tableau 2 :** Estimation des paramètres ajustés de la loi de Pareto généralisée pour  $f = 95,7$  MHz

Fréquence $f$ MHz	Paramètre de forme $\xi(f)$	Intervalle de confiance à 95 %	Paramètre d'échelle $\beta(f)$ (mA)	Intervalle de confiance à 95 % (mA)
95,7	0,03	{0,01 ; 0,05}	2,58	{2,50 ; 2,65}

Grâce à l'estimation du maximum de confiance à 95 % des paramètres de forme et d'échelle, l'évaluation d'un quantile élevé  $Q$  pourra être donné dans un intervalle  $\{Q_{ve}^- ; Q_{ve}^+\}$ . Cette dernière étape, présentée dans le tableau 2, donne l'intervalle de confiance proposé par la méthode du maximum de vraisemblance pour l'évaluation de la queue haute de

la distribution pour la fréquence de 95,7 MHz. Le quantile extrapolé par la loi de Pareto généralisée à 95 % est de 54,39 mA avec un intervalle de confiance à 95 % donné dans {50,4 ; 56,1} (mA).

### 3. Conclusion

Dans cet article, nous proposons d'estimer les valeurs extrêmes des niveaux d'interférences électromagnétiques dans un réseau électrique basse-tension. Les principes de la théorie des valeurs extrêmes ont été présentés et appliqués au cas des signaux électromagnétiques compromettants générés par un système d'information. La technique du maximum de vraisemblance a été appliquée afin d'estimer les paramètres de la loi de Pareto généralisée ainsi que leurs niveaux de confiances respectifs. Les quantiles élevés peuvent être ainsi évalués avec un niveau de confiance à 95 %. Il nous est possible de définir les protections adaptées (filtres, blindages) aux valeurs du courant parasite interpolées par la loi de Pareto généralisée afin de réduire le risque de compromission d'origine électromagnétique.

L'ajustement des queues de distribution est un enjeu essentiel pour l'évaluation des risques induits par les interférences électromagnétiques. Il permet d'avoir une meilleure gestion des risques inhérents à la susceptibilité (ou émissivité) des équipements, gestion qui devient critique lorsqu'il s'agit d'étudier la loi de probabilité de susceptibilité aux interférences électromagnétiques de faibles et de forts niveaux correspondant respectivement aux queues gauche et droite d'une série d'échantillons.

Dans un futur proche, afin d'améliorer la gestion du risque en CEM, nous proposons d'évaluer l'utilité d'une loi de Pareto hybride composée de deux lois de Pareto généralisées ajustées sur les queues droite et gauche des échantillons et de les coupler à la distribution ajustée sur les tendances centrales.

### Références bibliographiques

- 1- M. Vuagnoux and S. Pasini, « An improved technique to discover compromising electromagnetic emanations », IEEE International Symposium on EMC 2010, pp.121-126, 25-30 July 2010.
- 2- F. Sabath, « Threat of Electromagnetic Terrorism: lessons learned from documented IEMI Attacks », European Electromagnetics EUROEM 2012, pp.65, 2-6 July 2012.
- 3- Fisher R. A. and Tippett L. H. C.: « Limiting forms for the frequency distribution of the largest and smallest member of a sample », Proc. Camb. Philos. Soc., 24, pp. 180-190, 1928.
- 4- Gnedenko B., « Sur la distribution limite du terme maximum d'une série aléatoire », Ann. Math, 44:423-453, 1943.
- 5- Balkema A. and De Haan L., « Residual life time at great age », Ann. Probab. 2:792-804, 1974.
- 6- Pickands J., « Statistical inference using extreme order statistics », Ann. Stat. 3:119-130, 1975.
- 7- C. Kasmî, M. Hélier, M. Darces et E. Prouff, « Generalised Pareto distribution for extreme value modeling in electromagnetic compatibility », Electronics Letters, Volume 49, Issue 5, pp. 334-335, 28 February 2013.
- 8- Mathworks, « Matlab® and Simulink®: Statistics Toolbox », [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com), 2012.
- 9- J-P. Parmantier and S. Bertuol, « CRIPTE Training and Electromagnetic coupling on cable networks », 2011, ONERA, France.