



CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES : DE LA DOSIMÉTRIE À LA SANTÉ HUMAINE

Mesure dosimétrique par capteur électro-optique fibré

(Pigtailed electro-optic sensor for microwave dosimetric assessment)

P. Jarrige, S. Kohler**, N. Ticaud**, G. Gaborit*, L. Duvillearet***, P. Lévêque**, D. Arnaud-Cormos***

*IMEP-LAHC, Université de Savoie, 73376 Le Bourget du Lac, France, pierre.jarrige@kapteos.com

** Xlim, 123 avenue Albert Thomas, 87060 Limoges cedex, France, philippe.leveque@unilim.fr

*** Kapteos, Bâtiment Chablais, Savoie Technolac, 73376 Le Bourget du Lac, lionel.duvillaret@kapteos.com

Mots-clefs : DAS (SAR), sonde électro-optique (electro-optic probe), champ électrique (electric field), température (temperature), dosimétrie expérimentale (experimental dosimetry).

Résumé

Ces travaux concernent la mesure simultanée de la température T et du champ électrique \vec{E} . Ces deux grandeurs, essentielles à l'évaluation du taux d'exposition, sont mesurées *in-situ* avec une unique sonde électro-optique (EO). Une caractérisation préalable de cette sonde dans l'air puis au sein d'une solution aqueuse a permis de quantifier ses performances (linéarité, sensibilité, sélectivité, résolution en température). Dans un second temps, le Débit d'Absorption Spécifique (DAS) de cette même solution, placée dans une boîte de Pétri au sein d'une cellule transverse électromagnétique (TEM) a été mesuré. Ce dispositif est alimenté à la fréquence de 1800 MHz. Les débits d'absorption spécifiques DAS_E et DAS_T , obtenus respectivement à partir de E et T sont comparés puis confrontés aux valeurs obtenues par la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD).

Introduction

Les radiofréquences (RF) constituent une partie du spectre électromagnétique très exploitée, tant d'un point de vue industriel que médical ou domestique. Leur développement massif s'est accompagné d'une réflexion sur l'éventuelle nocivité de ces rayonnements non ionisants. Ainsi, conjointement à la connaissance des différents mécanismes interactionnels et des grandeurs physiques mises en jeu, il s'avère primordial de quantifier les effets résultant d'une exposition à un rayonnement électromagnétique. A ce titre, le DAS est le paramètre dosimétrique de référence: il permet de quantifier l'énergie absorbée par les tissus, soit par la mesure du champ électrique au sein du milieu d'étude, soit par l'élévation de température consécutive à l'exposition radiofréquence (RF). Il existe donc deux types d'instrumentation pour évaluer le DAS : les capteurs de température et les sondes de champ électrique. Les sondes de température employées dans les expérimentations dosimétriques reposent principalement sur le fonctionnement de thermistances ou sur des effets thermo-optiques. Les thermistances présentent de nombreux avantages (dimensions réduites, bonne résolution en température, faible coût) mais ont néanmoins l'inconvénient d'être composées d'éléments métalliques qui engendrent des perturbations EM. Pour réduire ces perturbations, de nombreuses solutions ont été présentées [1-2]. Concernant les sondes de température basées sur des effets thermo-optiques, la technologie la plus usitée est la thermométrie fluoroptique (commercialisée par la société Luxtron). Elle utilise la dépendance en température du temps de décroissance du signal fluorescent d'une couche de terres rares déposée à l'extrémité de la sonde et excitée par un rayonnement UV. La sonde EO, présentée ci-après, exploite quant à elle la dépendance en température de la biréfringence naturelle de cristaux optiques. Tout comme la thermométrie fluoroptique, elle est non perturbatrice. Actuellement, les sondes dédiées à la mesure du champ électrique RF au sein d'un milieu biologique sont composées de trois dipôles orthogonaux complétés d'un élément redresseur (une diode Schottky par exemple) permettant de sonder chaque composante du champ avec une très bonne sensibilité et sur une large bande fréquentielle [3-4]. Leur principe de fonctionnement est exhaustivement décrit dans [5]. Les sondes EO [6], basée sur l'effet Pockels, permettent une mesure vectorielle complète du champ \vec{E} . Entièrement diélectriques, elles ne possèdent aucun élément métallique susceptible de perturber le champ électrique à mesurer. La faible dimension des cristaux autorise par ailleurs la réalisation de sondes miniatures très faiblement invasives. Leur seul point limitant est leur sensibilité

puisqu'en terme de bande passante, de linéarité, de sélectivité, de résolution spatiale ou de dynamique, elles présentent des performances au moins équivalentes aux autres types de sonde.

Dans un premier temps, le principe de fonctionnement du système de mesure sera détaillé. Il se compose, pour partie, d'une sonde dont le transducteur est un cristal EO adapté aux besoins de la métrologie en milieu biologique et, d'autre part, d'un banc optique dédié au traitement du signal optique véhiculant les informations sur le champ électrique et la température. Les résultats de deux campagnes de mesure sont ensuite présentés: une première concernant les caractéristiques de la sonde EO (linéarité, sensibilité, dynamique, sélectivité, résolution en température) dans l'air ainsi qu' au sein d'une solution aqueuse et une seconde dédiée à l'évaluation du DAS d'une solution placée dans une boîte de Pétri disposée dans le volume d'essai d'une cellule TEM.

1. Principe de la mesure électro-optique

Le fonctionnement du capteur développé est basé sur l'effet Pockels : l'application d'un champ électrique sur le cristal électro-optique a pour effet de modifier sa biréfringence naturelle, ce qui entraîne une modulation de l'état de polarisation du faisceau laser venant sonder les axes diélectriques propres du cristal. Ainsi, le déphasage total entre les deux états de polarisation, induit par la traversée du cristal, est lié à la biréfringence naturelle Δn_0 (dépendante de la température) et à la biréfringence induite par le champ électrique radiofréquence Δn_E :

$$\Delta\varphi(\vec{E}, T) = \underbrace{\frac{4\pi\Delta n_0}{\lambda}}_{\Delta\varphi_0(T)} + \underbrace{\frac{4\pi\Delta n_E}{\lambda}}_{\Delta\varphi_E(\vec{E})} \text{ avec } \Delta n_E = \vec{\Delta K} \cdot \vec{E} \quad (1)$$

où L est la longueur du cristal traversé par l'onde optique, λ la longueur d'onde d'émission du faisceau laser sonde et T la température. Notons également l'introduction du vecteur $\vec{\Delta K}$, appelé vecteur sensibilité [7]. Son module traduit l'efficacité électro-optique du cristal (influant ainsi sur la sensibilité de mesure du champ E) et sa direction définit l'axe de sensibilité de la sonde (direction déduite de la colinéarité des vecteurs \vec{E} et $\vec{\Delta K}$ et correspondant à une amplitude de modulation EO maximale). Le point de fonctionnement optimal du système, garantissant conjointement la plus grande sensibilité de la sonde ainsi que la linéarité de sa réponse avec la plus grande dynamique possible, est obtenu lorsque le faisceau laser sonde de façon équilibrée les axes diélectriques propres du cristal. Ce critère d'efficacité correspond à un arrangement optique spécifique déjà présenté dans [8]. La biréfringence naturelle du cristal étant dépendante de la température, chaque variation de cette dernière entraîne une dérive du point de fonctionnement du système.

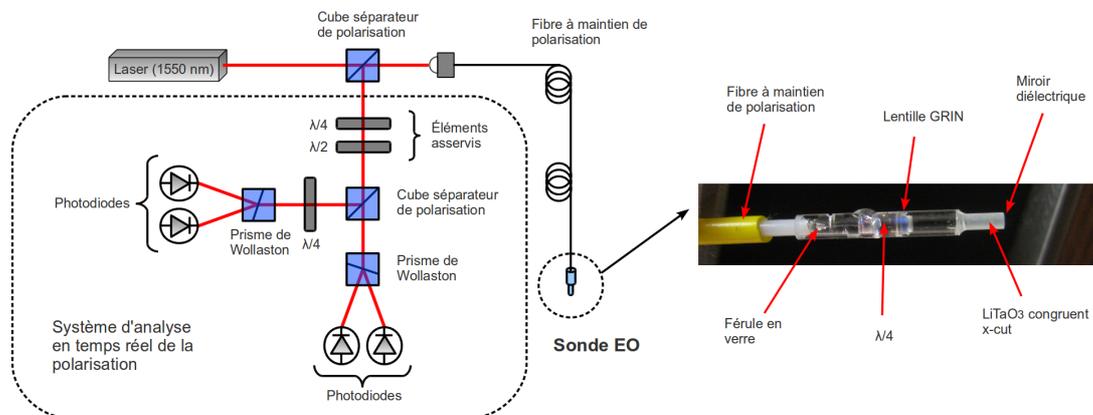


Figure 1: Schéma du capteur fibré dédié à la mesure simultanée du champ électrique et de la température complété par une photographie de la sonde EO utilisée. Le cristal de LiTaO_3 utilisé mesure 7.1 mm de long pour 1.8 mm de diamètre.

Cette dérive est compensée en temps réel par l'utilisation de lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$ motorisées et asservies (Fig.1) : elles garantissent d'une part la stabilité de la réponse optimale du système et permettent, par ailleurs, la mesure relative de la température, grandeur déduite des paramètres d'asservissement. La décorrélation des effets liés à la température de ceux liés au champ électrique radiofréquence est techniquement réalisable puisque leurs temps caractéristiques sont très différents. Ainsi, un simple filtrage fréquentiel autorise une mesure simultanée des deux grandeurs : un filtre passe-bas conduit à isoler et mesurer les effets de la température tandis qu'un filtre passe-haut permet la mesure du champ électrique. La figure Fig.1 présente également la partie active de la sonde. Dans notre cas, le transducteur est un cristal de LiTaO_3 congruent de coupe X. Très faiblement anisotrope, il présente une permittivité relative de l'ordre de 42 dans le domaine micro-onde, valeur proche de celles des milieux biologiques dans cette plage fréquentielle. Ce faible écart de permittivité garantit une faible perturbation EM du capteur sur le champ électrique à mesurer, la continuité des lignes de champ étant bien assurée à l'interface des deux milieux.

2. Caractérisation de la sonde en milieu biologique

La première étape de nos investigations a consisté à mesurer le champ électrique et la température au sein d'une solution aqueuse exposée à un signal CW de fréquence 1,8 GHz, fréquence des signaux GSM.

2.1. Montage expérimental

La figure 2 décrit le montage expérimental utilisé. Un synthétiseur de fréquence délivre un signal CW à 1,8 GHz. Un amplificateur radiofréquence d'un gain de 40 dB est connecté au générateur. Afin de protéger le dispositif de toute réflexion parasite, un circulateur (suivi d'une charge d'impédance 50 Ω) est inséré après l'amplificateur. Une cellule TEM est employée comme système d'exposition. Au sein de son volume d'essai est disposée une cuvette remplie d'une solution aqueuse dont les paramètres diélectriques (conductivité électrique σ et permittivité diélectrique ϵ_r) ont été ajustés respectivement à 1,86 S.m⁻¹ et 76 à la fréquence de 1,8 GHz, pour simuler les propriétés d'un milieu biologique. Une charge d'impédance 50 Ω est connectée sur le port de sortie de la cellule TEM pour éviter les réflexions parasites. A ce titre, un puissance-mètre est inséré entre l'amplificateur et la cellule via un coupleur bidirectionnel : il permet de mesurer les puissances injectées en entrée du dispositif d'exposition ainsi que les puissances réfléchies.

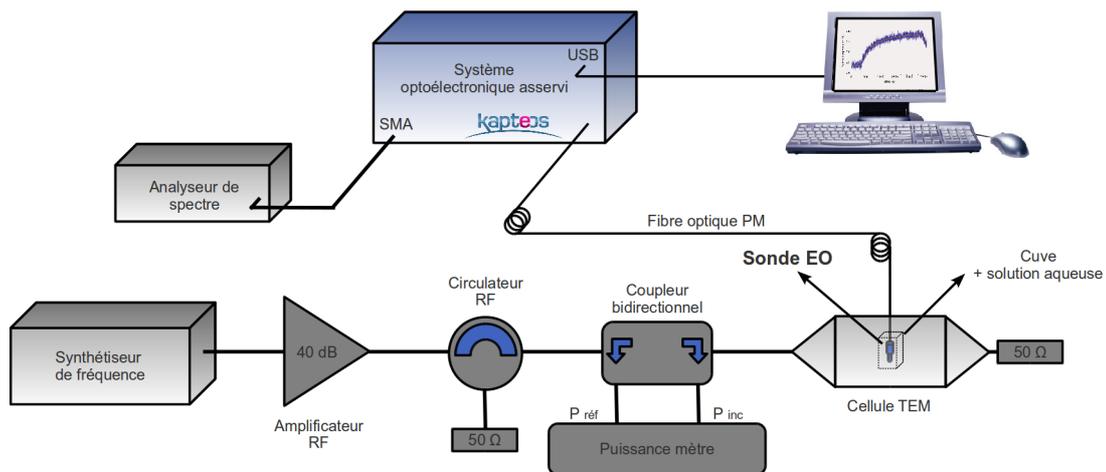


Figure 2: Dispositif expérimental utilisé pour caractériser la sonde dans l'air et au sein de la solution biologique .

Le système de mesure se compose, quant à lui, de la sonde EO (insérée verticalement dans la cuve) qui est connectée au banc de mesure par une fibre optique permettant un déport de plusieurs mètres. La sortie du système de mesure est reliée à un analyseur de spectre. Ce dernier nous indique l'amplitude du signal EO, nous renseignant ainsi sur le champ électrique. L'évolution de température, déduite des paramètres d'asservissement du système de traitement de la polarisation optique, est directement visualisable à l'aide d'un logiciel développé sous Labview.

2.2. Mesure du champ électrique et calibration de la sonde

Pour caractériser la réponse de la sonde, des mesures de linéarité et de sélectivité ont été menées dans l'air et au sein de la solution biologique. Les figures 3 et 4 présentent les résultats ainsi obtenus. Concernant la linéarité, le signal EO a été relevé pour des puissance en entrée de la cellule TEM variant de -40 à 40 dBm. La réponse de la sonde est linéaire sur une plage de 60 dB dans l'air et de 70 dB dans la solution. Ces valeurs ne correspondent toutefois pas aux dynamiques de mesures réellement atteignables (en théorie au moins 100 dB entre le bruit de grenaille de la photodiode et la compression à 1 dB de la linéarité du signal modulé): la borne inférieure correspond au plancher de bruit de l'analyseur de spectre tandis que la borne supérieure est liée à la saturation de la réponse de l'amplificateur. Les ajustements linéaires appliqués aux mesures conduisent à des pentes de $1,004 \pm 0,0004$ et $0,997 \pm 0,0007$, respectivement dans l'air et dans la solution, impliquant une très bonne proportionnalité entre le signal EO mesuré et la puissance RF injectée dans la cellule. La sensibilité de la sonde, correspondant à la valeur minimale du champ électrique mesurable dans une bande d'analyse de 1 Hz s'écrit :

$$E_{min} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{2R10}{Af} \frac{P_{min}^{air}}{10^{-3}}} \quad (2)$$

où d est la distance entre le septum et le plan de masse, Af est la bande d'analyse de l'analyseur de spectre et P_{min}^{air} correspond à la puissance minimale mesurable. Les sensibilités extraites sont de 720 et 170 mV.m⁻¹.Hz^{-1/2} respectivement dans l'air et dans la solution biologique, indiquant un gain de 14 dB dans la solution.

La caractérisation de la sonde requiert également la détermination du facteur de calibration α . Ce dernier permet de relier la puissance du signal de modulation EO à l'amplitude du champ électrique au sein de la solution biologique :

$$\alpha = \frac{|\vec{E}|}{P_{EO}} \quad (3)$$

Le facteur de calibration est déduit des résultats expérimentaux et des simulations numériques.

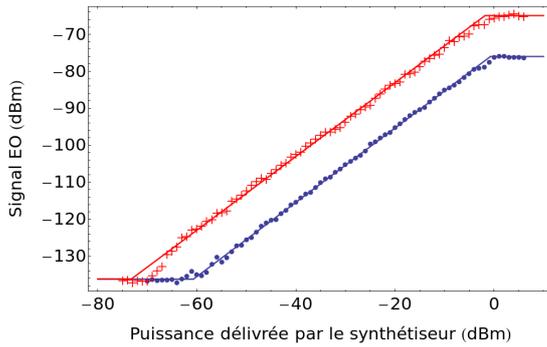


Figure 3 : Linéarité de la réponse EO et ajustement théoriques : mesures effectuées dans l'air (points bleues) et au sein de la solution aqueuse (croix rouges).

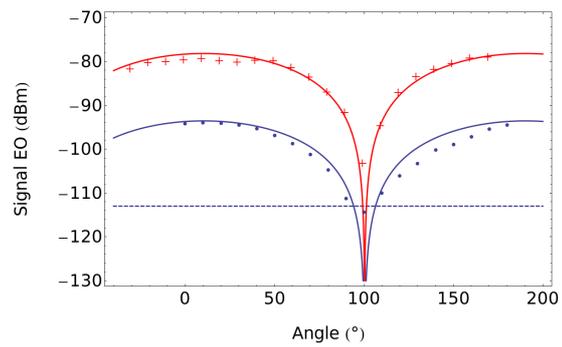


Figure 4 : Réponse angulaire de la réponse EO et ajustements théoriques: mesures effectuées dans l'air (points bleues) et au sein de la solution aqueuse (croix rouges).

La sélectivité correspond à la capacité de la sonde à mesurer une composante du champ électrique en excluant les composantes orthogonales. Cette rejection est mise en exergue en caractérisant la réponse angulaire de la sonde. Dans cette perspective, nous avons relevé le signal EO pour chaque rotation de 10° du dispositif d'exposition (monté sur une platine de rotation) autour de la sonde (restée fixe). Comme le montre la figure 4, la réponse angulaire de la sonde correspond à une sinusoïde de période π . L'ajustement théorique utilisé a pour expression :

$$P_{EO} = 10 \log_{10} \left(A^2 \sin^2(\theta - \theta_{min}) \right) \quad (3)$$

Les maxima des courbes correspondent à l'axe de sensibilité de la sonde (axe où le vecteur sensibilité est le vecteur champ électrique sont colinéaires). Les mesures réalisées dans l'air et au sein de la solution biologique conduisent respectivement à des sélectivités de 21 et 35 dB. Ces valeurs sont limitées par le couplage électromagnétiques direct (tracé en pointillés) entre le système de génération du signal (synthétiseur + amplificateur) et le système de mesure (banc EO + analyseur de spectre). Ce couplage correspond à un plancher de mesure équivalent à -113 dBm dont on pourrait s'affranchir en travaillant dans une chambre anéchoïque ou en utilisant une cage de Faraday. Là encore, un gain de 14 dB est observé dans la solution. Ce gain s'explique simplement en tenant compte des équations de continuité du champ électrique à l'interface des milieux qui présentent un plus ou moins grand contraste de permittivité.

2.3. Mesure de la température

Les mesures de température ont été effectuées au sein de la même solution biologique que précédemment, disposée cette fois-ci au sein d'une boîte de Pétri. Une comparaison a été menée entre la sonde EO et une sonde optique standard basée sur la technologie fluoroptique (dépendance de la décroissance d'un signal fluorescent avec la température), commercialisée par la société Luxtron. La figure 5 représente l'évolution de la température de la solution biologique exposée à un signal à 1,8 GHz. L'exposition a débuté à $t_1 = 300$ s et s'est arrêtée à $t_2 = 2440$ s. Les mesures effectuées avec les deux sondes sont en parfait accord. Il est cependant à noter une sensibilité fortement accrue avec la sonde EO.

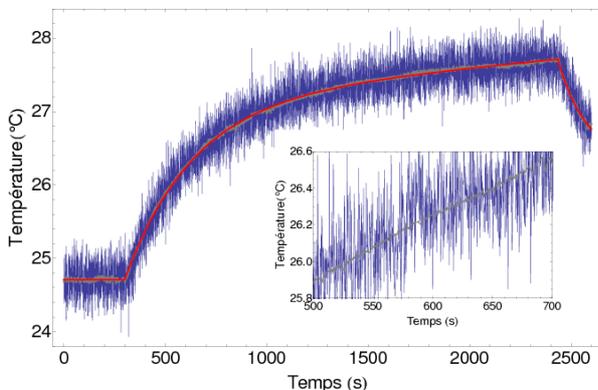


Figure 5 : Évolution de la température de la solution aqueuse soumise à une exposition RF à 1.8 GHz : acquisition EO (courbe grise, acquisition Luxtron (courbe bleue) et ajustement théorique (courbe rouge).

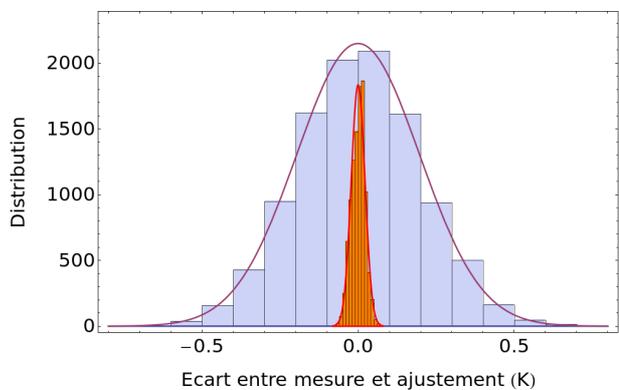


Figure 6 : Distribution des écarts entre les points de mesure et l'ajustement théorique : sonde EO (courbe orange), sonde Luxtron (courbe bleue) .

Soucieux de quantifier les sensibilités respectives des deux sondes, nous avons établi un ajustement théorique basé sur un profil classique de thermalisation mono-exponentielle. L'expression de cet ajustement s'écrit sous la forme :

$$T(t) = T_0 + A \left(1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \right) H(t-t_1) H(t_2-t) \quad (4)$$

où H représente la fonction de Heaviside. Outre un bon accord entre mesure et ajustement, nous avons pu extraire la constante de temps de thermalisation τ (évaluée à 300 s) de la solution biologique ainsi que l'amplitude de l'élévation de température A due à la source micro-onde (évaluée à 2,45 °C). Par ailleurs la différence d'erreurs entre ajustement théorique et mesures est également tracée pour chaque sonde (figure 6) : nous obtenons des profils gaussiens avec un écart-type moyen de 197 mK pour la sonde de référence et de 22 mK pour la sonde EO.

3. Mesure duale du Débit d'Absorption Spécifique (DAS)

3.1. Principe de la mesure

Les résultats précédents ont permis une caractérisation distincte du champ électrique et de la température au sein de la solution biologique exposée. Le DAS est relié à chacune de ses deux grandeurs par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} DAS_E &= \frac{\sigma E^2}{2\rho} \\ DAS_T &= C \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{t=0} \end{aligned} \quad (5)$$

où C est la capacité calorifique massique du milieu biologique (en $J.kg^{-1}.K^{-1}$), $\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{t=0}$ correspond à la pente à l'origine de l'élévation de température, E est le champ électrique RF mesuré *in situ*, ρ est la masse volumique de la solution (en $kg.m^{-3}$) et σ sa conductivité électrique (en $S.m^{-1}$). Le montage expérimental reste identique : la solution est confinée au sein d'une boîte de Pétri, elle-même disposée dans le volume d'essai de la cellule TEM. La sonde est orientée selon son axe de sensibilité, de façon à maximiser le signal EO. Les mesures du champ E et de la température ont été réalisées simultanément pour quatre puissances incidentes au centre de la boîte de Pétri.

3.2. Résultats expérimentaux

Les valeurs de DAS afférant à ces quatre acquisitions sont présentées dans le tableau 1. Les incertitudes associées ont été déterminées selon la procédure décrite [9]. Elles proviennent principalement du positionnement de la sonde dans la solution aqueuse où le champ E est inhomogène à la fréquence de travail. Les écarts relatifs entre valeurs issues du champ E (DAS_E) et valeurs issues de la température T (DAS_T) sont également déterminées pour chaque puissance incidente. Comme préconisé par les formules (3) et (5), le DAS évolue linéairement avec la puissance incidente. L'observation des écarts relatifs indique une bonne homogénéité entre les valeurs de DAS calculées par le biais de la température et celles déduites de la mesure du champ électrique. Cet écart est néanmoins plus important (26%) pour des puissances incidentes plus faibles : cela est dû au fait que la sensibilité en champ électrique de la sonde affecte la valeur minimale mesurable de DAS_E . Afin de simplifier la présentation des résultats, le DAS est présenté par unité de puissance incidente ($W.kg^{-1}.W^{-1}$). Ainsi un DAS moyen de $2.44 \pm 0.42 W.kg^{-1}.W^{-1}$ est obtenu par les différentes mesures du champ électrique tandis qu'une valeur moyenne de $2.56 \pm 0.12 W.kg^{-1}.W^{-1}$ est extraite des courbes de température. Ces résultats ne diffèrent que de 5 %.

Puissance incidente (en W)	DAS (W/kg) par la température	DAS (W/kg) par le champ électrique	Écart relatif (%)
0,71	$1,7 \pm 0,3$	$1,3 \pm 0,2$	26
1,1	$2,9 \pm 0,2$	$3 \pm 0,3$	3
2,29	$6,1 \pm 0,2$	$6,3 \pm 0,5$	3
4,07	$10,3 \pm 0,2$	$10 \pm 0,9$	3

Tableau 1: Récapitulatif des valeurs de DAS extraites par la température et le champ électrique et leurs écarts relatifs.

3.3. Simulation FDTD

Des simulations numériques ont été réalisées en utilisant un logiciel développé en interne basé sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) [10-11]. Le DAS est calculé à partir des valeurs de champ E déterminés numériquement. La structure d'analyse est composée de la cellule TEM (dont les parties métalliques ont été considérées comme des conducteurs électriques parfaits), de la boîte de Pétri fabriquée en Plexiglas (de permittivité 2.5) et de la solution biologique dont les valeurs des paramètres diélectriques ont été calquées sur les valeurs expérimentales ($\epsilon_r = 76$, $\sigma = 1.86 S.m^{-1}$). La structure est uniformément maillée avec une maille élémentaire de 0.2 mm x 0.2 mm x 0.2 mm. La figure 7 présente la distribution du DAS dans le volume occupé par la solution biologique au sein de la boîte de Pétri. Le DAS moyen, calculé sur le volume total de la solution, a été évalué à $3.4 \pm 4.4 W.kg^{-1}.W^{-1}$. Par ailleurs, une

moyenne a également été calculée sur un volume de 20 mm³ correspondant au cristal EO, élément de transduction de la sonde. Une valeur de $2.65 \pm 2.0 \text{ W.kg}^{-1}.\text{W}^{-1}$ a été obtenue,

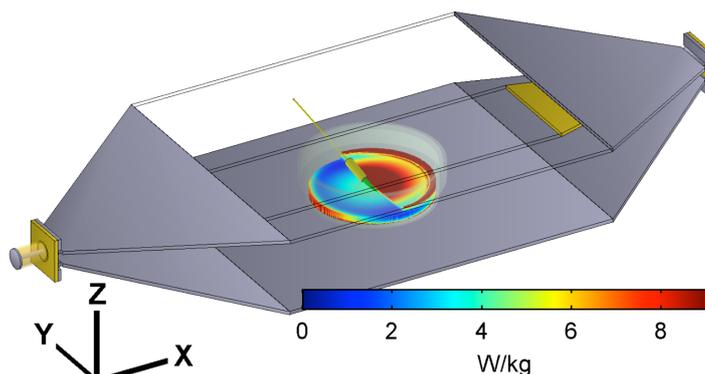


Figure 7: Cartographie du DAS dans la solution biologique. Le DAS est calculé sur tout le volume ainsi que sur un volume équivalent au cristal EO (représenté ici mais absent de la simulation)

L'incertitude associée illustre bien l'inhomogénéité du DAS au sein du volume considéré. Néanmoins, ce résultat est proche des valeurs expérimentales déduites du champ E et de la température.

Conclusion

Ces campagnes de mesures ont permis de mettre en lumière les performances de la sonde EO : elle a permis d'atteindre une dynamique de mesure de 70 dB dans la solution biologique, une sensibilité de $170 \text{ mV.m}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ ainsi qu'une rejection des composantes orthogonales du champ E de 35 dB. De nombreuses pistes de recherche sont actuellement explorées pour permettre d'augmenter conséquemment la sensibilité de la sonde. Elle présente, par ailleurs, une résolution en température de l'ordre de 20 mK (atteignant 3 mK dans les meilleures conditions de fonctionnement du système d'asservissement) surpassant ainsi la thermométrie fluoroptique et rivalisant avec les performances des sondes employant des thermistances. Par ailleurs, des améliorations sont en cours de réalisation sur les asservissements et permettront d'obtenir une fréquence d'échantillonnage (actuellement de 4Hz) accrue d'au moins un facteur 20. La mesure simultanée du champ E et de la température T a, par ailleurs, conduit à une évaluation duale du DAS présentant une bonne homogénéité. Les résultats de simulations viennent corroborer ces résultats expérimentaux.

Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier la DGA et le CEA Gramat pour leur soutien.

Références bibliographiques

- [1] Bowman R. R., « A probe for measuring temperature in radio-frequency-heated material », *IEEE Trans. On Mic. Th. And Tech.*, vol. 24, pp. 43-45 (1976)
- [2] Schuderer, J. *et al.*, « Novel high resolution temperature probe for radiofrequency dosimetry », *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, pp. N83-N92 (2004)
- [3] Person C. *et al.*, « Design, modelization and optimization of high efficiency miniature E-field probes performed on 3D ceramic prisms for SAR evaluation », *Ann. Telecomm.*, vol. 63, pp. 43-53 (2008)
- [4] K. Kopovic *et al.*, « E-field probe with improved isotropy in brain simulating liquids », *Zadar Croatia*, pp. 172-175 (1996)
- [5] Bassen H. I. *et al.* « Electric field probes -A review », *IEEE Trans. on Ant. and Prop.*, vol. 31, pp. 710-718 (1983)
- [6] Togo, H. *et al.*, « Near-field mapping system using fiber-based electro-optic probe for specific absorption rate measurement », *IEICE Trans. Elec.*, vol. E90C, pp. 436-442 (2007)
- [7] Duvillaret L. *et al.*, « Electro-optic sensors for electric field measurements. II. Choice of the crystals and complete optimization of their orientation », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 19, pp. 2704-2715 (2002)
- [8] Bernier, M. *et al.*, « Electric Field and temperature measurement using ultra wide bandwidth pigtailed electro-optic probes », *Applied Optics*, vol. 47, pp. 2470-2476 (2008)
- [9] N. Kuster *et al.*, « Recommended minimal requirements and development guidelines for exposure setups of bio-experiments addressing the health risk concern of wireless communication », *Bioelectromagnetics*, vol. 21, pp. 508-814 (2000)
- [10] K. Yee, « Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media », *IEEE Trans. on Ant. and Prop.*, vol. 14, pp. 302-307 (1966)
- [11] Lévêque P. *et al.*, « Modeling of dielectric losses in microstrip patch antennas- application of FDTD method », *Elec. Letters*, vol. 28, pp. 539-541 (1992)